# הגדרה

יהי V מ"ו מעל ויהיו . צירוף לינארי של הוא ביטוי מהצורה כאשר

אם לכל i נאמר שהצירוף הלינארי הוא טריוויאלי(צל"ט בקיצור)

נאמר שוקטורים הם ת"ל (תלויים ליניארית) אם יש צ"ל לא טריוויאלי כך ש אחרת נאמר ש בת"ל(בלתי תלויים לינארית)

# דוגמאות

יהי , אזי הוא צ"ל של . צל"ט שלהם הוא . שני הוקטורים הם בת"ל כי למשוואה קיים רק פתרון טריויאלי.

מצד שני אם נבחר נראה שהם ת"ל כי למשל

# תרגיל

נתבונן במ"ו הבא: . בדקו האם ארבעת הווקטורים הבאים הם ת"ל או בת"ל:

## פתרון

צ"ל אם קיים צ"ל לא טריוויאלי: . מדובר במערכת הומוגנית - נפתור:

(בגלל שזו מערכת הומוגנית לא רושמים את טור הקבועים(=0)).

הפתרון: ולכן יש אינסוף פתרונות ולכן הוקטורים תלויים.

הערה בקשר לתרגיל הקודם: שימו לב שעל מנת לבחור את מערכת המשוואות שמנו אותה במטריצה כך שהעמודות של המטריצה הן בדיוק המקדמים של הפולינומים.

# תרגיל 5.3(עמ' 38)

מצאו לאלו ערכי a יהיו הוקטורים הבאים(מעל ) בת"ל:

## פתרון

אם נקבל שיש משתנה חופשי ואז הוקטורים ת"ל. נניח ונחלק את השורה השנייה ב ונקבל:

אם נקבל שהווקטורים ת"ל.

מסקנה: ת"ל, בת"ל

# הגדרה

נאמר שהקבוצה היא ת"ל אם קיים צ"ל לא טריוויאלי , אחרת נאמר שA בת"ל

# תרגיל 5.8(עמ' 39)

יהי V מ"ו: הוכיחו או הפריכו:

ה) אם ת"ל אזי כל איבר של A הוא צ"ל של האחרים.

## פתרון

הפרכה: תהי . זו קבוצה תלויה לינארית שכן . אבל אינו צ"ל של .

# הגדרה

יהי V מ"ו מעל ותהי קבוצה כלשהי. הנפרש של S הוא אוספ כל הצירופים הלינאריים הסופיים של אברי S והוא יסומן ב

מגדירים

אם נאמר שS פורשת את

## הערות על Span

1. לכל תת קבוצה, תת מרחב של V
2. הוא ת"מ הקטן ביותר המכיל את S. כלומר:

   2. אם וw ת"מ אזי

# דוגמה

נבחר . , אזי:

נבחר : :

נאמר שS פורשת את תת המרחב של המטריצות המשולשיות העליונות.

# תרגיל 6.3(עמ' 40)

יהי V מ"ו מעל ויהיו קבוצות כלשהן. הוכיחו או הפריכו:

## פתרון

### א+ב

אינם נכונים היות ו תמיד ת"מ והאיחוד הוא ת"מ אם ורק אם תת מרחב אחד מוכל בשני. ניקח . לכן .  
 *וכן ולכן אינו ת"מ*

### ג

נמשיך עם אותה דוגמה:

### ד

דוגמה נגדית: אזי . לעומת זאת

## הערה

מה שכן נכון הוא

## תרגיל 6.5

ג) בדקו האם הנפרש שווה לקבוצה המושווית אליו. אם כן בטאו איבר כללי של הקובצה באמצעות הוקטורים הנתונים. אן לא מצאו איבר שנמצא בקבוצה ולא בנפרש.

## פתרון

### הסבר כללי

כאשר מבקשים להוכיח שעבור ת"מ ומ"ו כלשהו W מתקיים יש להראות הכלה דו כיוונית:  
 לכל ,   
 עבור ווקטור כללי קיימים כך ש

אצלנו ההכלה ברורה. נבדוק את ההכלה :

מקבלים:

ז"א יש פתרון אם ורק אם . זה נכון למטריצות מהצורה ז"א רק מטריצות סימטריות שייכות למרחב הנספר.

# דוגמה

תהי ו אוספ הפתרונות של מע' הומוגנית, הם הפתרונות הפונדמנטליים של , אזי H הוא ת"מ של ומתקיים